（付３）産業連関表の仕組みと利用の仕方[1]

１．産業連関表の基本構造

1.1　産業連関表の見方

産業連関表は、大きく 3 つの部分に分けることができる（図表 1 参照）。第 1 は、中間投入と中間需要で囲まれた部分で、これを内生部門という。この部門は産業間の中間財の取引を示している。第 2 は、内生部門から右側につきだした部門で、最終需要部門という。この部門は産業部門別の地域内生産と移輸入から、どれだけが地域内最終需要と移輸出に向けられたかを示している。第 3 は、内生部門から下側につきだした部分で、粗付加価値部門という。この部門は生産活動に投入した生産要素に対する粗付加価値の発生を示している。最終需要部門と粗付加価値部門をあわせて外生部門という。産業連関表を行と列の 2 つの方向から見ていくことによって、その地域の経済循環の構造を理解することができる。第 1 は、内生部門と最終需要部門をあわせて、行方向すなわち各行をヨコ方向にみていく見方である。これによって各産業部門で生産された財・サービスがどの部門でどれだけ需要されたかという販売構成、言い換えると販売先の構成が分かる。販路構成を「産出の構成」ということもある。各行より各産業部門で生産された財・サービスの販売先を読み取ることができ、各産業部門のそれぞれの産出構成について次の需給バランス式が成立する。

中間需要＋地域内最終需要＋移輸出－移輸入＝地域内生産

ここで移輸入を右辺に移項して、中間需要＋地域内最終需要＋移輸出＝地域内生産＋移輸入とすると、域内需要と域外需要の和が域内供給と域外からの供給の和に等しいという関係が読み取れる。

第 2 に、列方向すなわち各列をタテ方向に見ていくことにより、各部門が生産に用いた財・サービスをどの部門から購入したかという費用構成がわかる。費用構成を「投入の構成」ということもある。

各列からは、各産業部門が財・サービスを生産するのに必要な投入構成が読み取れ、各産業部門の投入の構成についての次の収支バランス式が成立する。

中間投入＋粗付加価値＝地域内生産

[1] 産業連関分析は、ロシア出身のアメリカの経済学者ワシリー・レオンチェフ（1906-1999）によって開発された統計分析の手法である。レオンチェフは、経済循環を記述する統計システムとしての産業連関表とともに、それを用いたオペレーショナルな分析ツールとしての産業連関表を合わせて開発したのである。1973 年にはこの業績によってノーベル経済学賞を受賞している。

以上のように産業連関表は産業間の投入と産出の構成を記述するので、これを投入産出表ともいい、対応した分析法を投入産出分析という。日本では産業連関分析という用語が使われることが多いが、海外では投入産出分析のほうが一般的であり、その略称として I/O 分析が広く用いられている。

最後に、産業連関表と GDP 統計との関連をみておこう。各部門の粗付加価値の合計として定義される地域内総生産額（GDP）は、粗付加価値部門の合計となる。一方、最終財に対する需要の合計として定義される地域内総支出（GDE）は、最終需要部門の合計である。これにより GDP ＝ GDE、すなわち両者の数値的な等価関係が確認される。なお、産業連関表における地域内生産と GDP 統計における地域内総生産とは混同しやすいので注意しておこう。同じ「生産」の用語が用いられるが、産業連関表と GDP 統計ではその意味は異なる。すなわち産業連関表の地域内生産は中間財の生産を含むが、GDP 統計の地域内総生産はそうではない。GDP 統計において中間財を含む生産を指すには「産出」という用語を用いることが多い。以上のように統計システムとしての産業連関表は GDP 統計では除外されている中間財を含めた財・サービスの経済循環を明らかにするものであり、地域の経済構造を分析する上で不可欠の統計である。

図表1　地域産業連関表の構造

		中間需要				最終需要							(控除)	(控除)	
		1 農林水産業	2 鉱業	3 製造業	(生産される財・サービス)	計	家計外消費支出	消費	固定資本形成	在庫	輸出	移出	計	輸入	移入	地域内生産額
中間投入	1農林水産業			↓列 原材料及び粗付加価値の費用構成（投入）												
	2鉱業															
	3製造業				→行　生産物の販売構成（産出）											
	(供給される財・サービス)															
	計															
粗付加価値	家計外消費支出															
	雇用者所得															
	営業余剰															
	資本減耗引当															
	間接税															
	(控除)補助金															
	計															
地域内生産額																

1.2　産業連関表の前提

産業連関表を利用して分析を進めていくためには、産業連関表に特有の前提を理解しておかなければならない。ここではそれらのうち重要なものを取り上げて説明しておこう。

1.2.1　アクティビティ・ベースの部門分類

産業連関表の中間財取引を示している部分に並んでいる部門は、通常の基本表では約 400～500 に分類されている。これらの部門は、いったい何を基準に分類されているのであろうか。産業連関分析における部門分類は、レオンチェフ以来、その部門の生産技術によって定義されるものと考えられている。すなわち生産技術が同じであるような財の生産活動が、同一の部門に分類されている。では、生産技術とはなんだろうか。生産技術の捉え方にはいろいろあるが、産業連関分析では、ある財を生産するのに必要な中間財の組み合せのあり方で技術が定義されるとしている。たとえば、省エネ技術とは、中間財のうちエネルギーの投入がより小さい技術であると考えられる。そして、このある財を生産するために必要な中間財の組み合わせのことを“アクティビティ” と呼んでいる。

産業連関分析における重要な仮定として、「1 アクティビティ＝1 商品」がある。これは、ひとつのアクティビティが生産するのはひとつの商品に限られるという仮定である。従って、アクティビティによって定義されるひとつの部門はひとつの商品しか生産しないことになる。産業連関表の中間財取引を示している部分に並んでいる部門名は、商品の名前であり、その商品を生産するアクティビティを示している。

現実には、ひとつの事業所が複数の生産物を生産することはよくある。ある事業所で A と B という 2 種類の生産物が生産されているとしよう。たとえば、自動車工場において四輪車と二輪車の両方を生産する場合がこれにあたる。このとき付加価値の大きい方の生産物を主産物といい、小さい方を副次生産物という。一般の経済統計では、主産物の種類によって事業所の産業分類を行う。これに対して産業連関表では、この事業所の現実の操業形態とは切り放して、A と B という異なる 2 つのアクティビティが存在するように記述する。両者の相違を明らかにするために、産業連関表の部門分類をアクティビティ・ベースの部門分類あるいはアクティビティ分類という。

産業とアクティビティの考え方の違いが最もよくわかるのは、鉄鋼産業である。現在の鉄鋼産業は高炉一貫メーカーが主流で、1 つの工場は溶銑から圧延までの工程を一気に行ってしまう。しかし産業連関表上では、鉄鋼産業はいくつかのアクティビティに分割されている。つまり、鉄鉱石を高炉で溶かすという銑鉄アクティビティ、銑鉄を精錬して鋼にするという製鋼アクティビティ、鋼を圧延・成形するという熱間圧延鋼材アクティビティ・・・ という具合である。そして各アクティビティはそれぞれ、銑鉄、鋼、鋼材という 1

つずつの生産物を生産しているのである。産業連関表でこのようなアクティビティ分割がされる理由は、それによって鉄鋼産業の技術のあり方がより明確になるからである。

逆に言えば、産業連関分析では生産技術と経済活動の関係を明らかにするために、アクティビティによる部門分類を行っているといえる。アクティビティ分類を行うことによって、その時点の経済活動における生産技術体系をより明確に表現しようとしている。

1.2.2　価格評価

産業連関表における部門間の財・サービスの取引価額は生産者価格で評価されている。では生産者価格とは何だろうか。いま、自動車会社が電子部品を部品会社から購入することを考えよう。電子部品は部品工場から出荷され、卸問屋の仲介を経て、自動車工場まで運ばれたとする。自動車会社はその電子部品代を支払うが、よく考えてみるとその部品代は部品が部品工場を出荷される時点の電子部品本体価格、卸問屋の仲介マージン、輸送にかかった運輸マージンの 3 つの部分に分けて考えることができる。産業連関分析では生産技術と経済活動の関係を明らかにしようとしている、と述べた。その目的のために自動車の生産技術をよりよく表現しようとすれば、自動車のこの電子部品代全体を上の 3 つの部分にわけて記述することが良いと考えられる。

その理由は次のとおりである。いま、自動車のマイクロメカトロニクス技術の進展により自動車生産に必要な電子部品の投入量が増えたとしよう。その場合、自動車会社の電子部品代支出は増加する。その一方で、規制緩和だとか、インターネット取引の普及などで電子部品調達のための仲介コストが削減されたとしよう。すると自動車会社の電子部品代支出はマイクロエレクトロニクス化にもかかわらず減少するかもしれない。生産技術と経済活動の関係をより明確に知ろうとすれば、マイクロメカトロニクス技術の進展という自動車生産技術の変化と、取引慣行の変化とを区別して記述することが望ましい。そこで産業連関表では、自動車部門におけるこの電子部品の投入を、3 つの部分に分けて記述している。すなわち、自動車部門は実際にはこの電子部品代を商業マージンと輸送費を含めて一回支払うだけであるが、産業連関表上では、電子部品本体と商業サービスと運輸サービスの 3 つを別々に買ったように記述するのである。

ここで、電子部品本体に対する価格、つまり部品の工場出荷時点の価格のことを生産者価格という。そして、自動車会社が実際に支払う電子部品価格のことを購入者価格と呼ぶ。つまり購入者価格は、生産者価格に運賃と商業マージンを加えたものである。

このように産業連関表では、技術分析を明確にするために、取引価額を生産者価格表示することが行われている。

1.2.3　円価値単位の考え方

生産者価格表示をすることで産業部門における生産技術をできるだけ正確に捉えようとする工夫がなされているにせよ、産業連関表における取引量は円あるいはドルなどの通貨単位をもつ価額である。

しかし、レオンチェフのもともとの考え方の中では、部門間の技術的取引関係は物量単位であらわされるものとなっていた。たとえば、小麦はブッシェル、布地はヤード、労働量は人－年（man-year）という単位で測るのである。その意味では理論的な説明には、固有の数量単位による物量表が優れているともいえるのである。

しかし現実の統計として一国あるいは一地域の経済全体を対象とする物量表を作成するのは困難である。その理由の第 1 は、物量単位が有効なのは鉄やセメントなど素材系の財に限られ、電子部品のように品質の差が問題となる財やサービスの場合には適当な物量単位自体が存在しないこと。第 2 に、物量表では異なる生産物について集計することに意味がないので、部門を統合することや地域内生産の総量を求めることができないことによる。

そのような事情の中で提案されたのが円価値単位（アメリカの場合はドル価値単位：one-dollar worth）の考え方である。円価値単位（または one-yen worth）とは、1 円（あるいは 1 ドル）で買うことのできる財の物量を新たな物量単位と定義し直し、価額単位で示された産業連関表を物量表示の表として解釈しようとする考え方である。たとえば日本の地域産業連関表は 100 万円単位で記述されているが、今 100 万円で米が 5 トン買えたとしよう。その場合 5 トンをあらたに 1 ドンというような新物量単位であると定義すると、産業連関表上の米の価額 200 百万円という表示は同時に米 2 ドンの物量を示すと解釈できる。このようにしてレオンチェフは、物量によって産業連関表を表現することの重要性を強調した。

この考え方を用いれば、価額表示の産業連関表は物量表示の産業連関表と同等のものとみなすことができる。そして産業連関分析の基本的考え方の中ではこのような中間財の物的取引関係によって、経済の技術構造が記述されると解釈している。

1.2.4　移輸入の取り扱い

日本の地域産業連関表では、移輸入財と域内産の財の区別をせずに財の取引量を記載している。このようにつくられた産業連関表のことを“競争表” と呼び、そのように扱われる移輸入のことを“競争移輸入” という[2]。競争表の考え方は、たとえば自動車をつくるのに鉄鋼板が必要という場合、特に品質に差がなければその鉄鋼板が域内産品であろうと、

[2] それに対して移輸入財の取引を域内産の財の取引とは区別してつくる産業連関表のことを“非競争表”とよび、そのように扱われる移輸入のことを“非競争移輸入” という

移輸入品であろうと同じに扱うということである。産業連関分析では中間財投入の組み合わせによって自動車の生産技術を見ようとするわけだが、その目的からいえば、自動車生産に技術的に必要な鉄鋼板の量全体を知ることが重要で、それが移輸入されたものかどうかは別の問題である。そのため、日本の地域産業連関表では競争表の考え方が使われている。

たとえば図表 1 に簡略化されて示された表でも、中間財取引部分や地域内最終需要部分（移輸出以外の最終需要部分）の数字には移輸入財が含まれている。そしてそれらに含まれる移輸入財の取引金額が、表右側の輸入及び移入の（列）ベクトルに控除項目としてそれぞれ一括して表示され、需要総額（中間需要＋最終需要）からその分を差し引くと地域内生産額に一致するように作表されている。

1.2.5　屑・副産物の取り扱い

火力発電部門で発生したフライアッシュ（煤塵）がセメント原料として利用されるとか、農産びん・缶詰部門で発生した果汁絞りかすが有機質肥料原料で利用されるとか、一般機械部門で発生した鉄屑が電炉鋼で再生されるということはよく見られることである。ここで、フライアッシュ、果汁絞りかす、鉄屑などはそれぞれ発電、缶詰ジュース、機械という主生産物生産と同時に発生する生産物であり、それらは経済的に有効利用されている。このように主生産物生産とその発生が切り離せない生産物のことを、屑・副産物と呼んでいるが、産業連関表上におけるその表記方法としてはストーン方式（またはマイナス投入方式）という形式がとられている。

ストーン方式（またはマイナス投入方式）というのは、屑・副産物の「発生額を発生部門の列と競合部門の行との交点にマイナス計上し、かつその産出内訳を需要部門ごとにプラス計上する方式」であり、マイナス投入額とプラス計上額の総計は同額となるよう作表されている。たとえば火力発電部門で発生しセメント部門で使われたフライアッシュは、窯業原料鉱物部門の横行上で火力発電部門への負の投入とセメント部門へのプラスの投入という形で表現され、マイナスの値とプラスの値がちょうど同じになるよう作表されている。このため、フライアッシュという屑・副産物の発生額は発電部門の生産額から除かれる一方、窯業原料鉱物部門の生産額には影響を与えない。

２．産業連関分析の概要

2.1　産業連関分析の基本的な目的

基本的な産業連関分析の目的は、産業連関表のうち最終需要または粗付加価値の部分に所与の変化が見られたとき、各部門の生産活動にどのような影響がもたらされるかを調べることにある。たとえば最終需要のうち消費について、人々の好み、ライフスタイルの変化などによって最終消費の財・サービスの構成が変化したとしよう。そのようなとき各部門の生産水準にはどのような影響がもたらされるだろうか。まず、消費が増えた商品の生産量を増加させ、減った商品の生産を減少させる必要があるが、それだけではなく、生産量の増えた商品をつくるのに必要な中間財の生産を増やし、減った商品のための中間財を減らす必要がある。さらにそのような中間財の増減に対して、それらをつくる中間財の生産を・・・というように考えたとき、究極的に各産業の生産水準はどこに落ちつくだろうか。同様の考察は、投資や輸出の構成や水準の変化に関連しても行うことができる。また粗付加価値項目に関していえば、間接税の引き上げはまず税額の引き上げ相当分だけ各産業の製品価格を上昇させるだろう。しかし、ある財は別の財の中間財として利用されているから、ある財の投入コストの上昇は別の財の生産価格に影響を与える。そのように考えていくと最終的に各部門の生産価格はそれぞれどのくらい上昇するだろうか。

基本的な産業連関分析では、このように最終需要部分や粗付加価値部分で起きた変化が中間財の取引関係を通じて、最終的に諸産業部門の生産水準や製品価格にどのような影響をもたらすかを計算しようとするが、その際、最終需要部分や粗付加価値部分でなぜそのような変化が起きたのかについては分析の枠組みの中で問わない。つまり、最終需要部分や粗付加価値部分の変化を、所与のものとして外生的に取り扱っている。そこで、最終需要部門や粗付加価値部門のことを通常、外生部門と呼んでいる。それに対して生産活動を行う産業部門は、外生部門の変化に対応して影響が分析されるので、内生部門と呼ばれている。

産業連関分析は大きく

1.各産業部門の技術分析
2.産業部門と産業部門の相互依存関係の分析

の２つの分析段階に分けて考えられる。そしてこれらの段階はそれぞれ、

1.投入係数行列の導出
2.レオンチェフ逆行列の導出及びそれを用いた誘発計算

に対応している。そこで以下では、まず投入係数行列と逆行列係数の導出方法とその見方について説明し、次にこれらの係数を用いた基本分析の方法を解説する。

2.2 投入係数行列

投入係数は、産業連関表分析において最も重要な意味を持つ計数である。一般に第i部門から第j部門に投入された中間財の投入係数はa_{ij}の記号であらわされ、また、第j部門の粗付加価値率はv_jであらわされる。そして、それらの計算式は次のとおりである。

(1)　$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j}$$

(2)　$$v_j = \frac{V_j}{X_j}$$

x_{ij}　:第j部門に対する第i部門からの中間財投入額
V_j　:第j部門の粗付加価値額
X_j　:第j部門の地域内生産額

つまり投入係数a_{ij}は第j財の生産 1 単位あたりに必要とされる第i財の投入量を示し、粗付加価値率v_jは第j財の生産 1 単位あたりの発生付加価値(いいかえれば第j財の生産 1 単位あたりに必要とされる労働や資本の投入量)を示す。さらに、第j財の生産に関わるすべての投入係数及び粗付加価値率を要素とする列ベクトル

$$\begin{pmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{nj} \\ v_j \end{pmatrix}$$

のことを、第j部門のアクティビティ・ベクトルと呼ぶ。第j部門のアクティビティ・ベクトルは第j財の生産 1 単位あたりに必要なすべての中間財投入量、及び労働や資本の投入量を示すベクトルである。

レオンチェフは投入係数を説明するとき、物量表示の産業連関表から出発する。そして

たとえば織物1ヤードを生産するのに必要な小麦は何ブッシェルかという指標（投入係数）は、織物の生産技術を説明する重要なパラメータであり、経済構造の基本骨格を左右する structural parameter であると説明する。レオンチェフは経済構造の決定要因として、諸産業部門で採用されている生産技術のあり方を重要視したが、ある部門の投入係数はその部門の生産技術を具体的に表現するためのもっとも基本的指標であると位置づけたのである。もちろん、レオンチェフも認めるとおり実際の産業連関表は価額表示にならざるを得ないが、円価値（ドル価値）単位の考え方を用いれば、価額表示の産業連関表が物量表示の産業連関表と読みかえられることは、前節で説明したとおりである。従って、価額表示の産業連関表から計算した第 j 部門の投入係数、及びその集合である第 j 部門のアクティビティ・ベクトルも、第 j 部門の生産技術を具体的に表す重要なパラメータと考えられている。

図表2　産業連関表（実額）

		中間需要			最終需要額	生産額
		第1次産業	第2次産業	第3次産業		
中間投入	第1次産業	1,558	8,580	1,345	2,887	14,370
	第2次産業	2,544	154,069	53,797	176,441	386,850
	第3次産業	2,193	80,456	134,863	340,155	557,666
粗付加価値額		8,075	143,746	367,661		
生産額		14,370	386,850	557,666		

図表3　投入係数表

		中間需要		
		第1次産業	第2次産業	第3次産業
中間投入	第1次産業	0.108	0.022	0.002
	第2次産業	0.177	0.398	0.096
	第3次産業	0.153	0.208	0.242
粗付加価値額		0.562	0.372	0.659
計		1.000	1.000	1.000

図表2の3部門産業連関表について、各部門のアクティビティ・ベクトルを計算し、それらをまとめて行列形式で示したものが図表3である。

この行列のうち、中間財の投入-産出関係に関する3×3の行列部分のことを、投入係数行列あるいは投入係数表と呼び、よく **A** という行列記号で表す。

投入係数行列は、投入係数 a_{ij} を並べた $n \times n$ の正方行列である。

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{nn} \end{pmatrix}$$

なお投入係数a_{ij}は、ほかに技術係数とか固定係数などとも言われることがある。技術係数という呼び名は、投入係数が各部門の生産技術を示すパラメータであると考えられているために他ならないが、固定係数という呼び名については若干の説明が必要である。固定係数はより正確には「価格に関して」固定的な係数といいかえられる。基本的な経済理論に従えば、生産要素間の相対価格が変化すれば生産要素の最適投入の組み合わせもそれに応じて変化するはずである。それに対してアクティビティ・ベクトルによって示される生産要素の組み合わせパターンはただ一つしかないから、中間財の相対価格の変更が中間財投入の組み合わせを変化させるという理論的記述を産業連関モデルの中で行うことはできない。投入係数が固定係数といわれる理由はそのためである。

この問題に対してレオンチェフは、資本設備の固定性に着目して次のように説明している。たとえば石油専焼に設計された発電プラントで、石油の相対価格が割高になったからといってすぐに燃料を石炭に変更することは難しいであろう。燃料を置き換えるには多かれ少なかれプラントの設計変更が必要であり、それにはある程度の時間がかかる。従って中期的（少なくとも産業連関表の基本表が更新される 5 年くらいの期間）には、燃料のような中間財の投入係数は固定的になるというのである。つまり、相対価格の変化に対して中間財投入の組み合わせは変化するであろうが、それには、前もって生産のための資本設備が変更されていなければならない。しかし一度投下された資本設備がフレキシビリティをもって変更されるということは考えにくいので、ある期間、中間財の投入構成はリジッドにならざるを得ないであろう。このような考え方のもとで、産業連関モデルでは観測された投入係数を固定的なパラメータとして取り扱っている。

ところで前節で、産業連関表の部門分類は生産技術の同一性を基準になされていると述べたが、このことはより明確に産業連関表における部門定義はアクティビティ・ベクトルによってなされる、といいかえられる。つまり、第j部門とは

$$\begin{pmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{nj} \\ v_j \end{pmatrix}$$

というアクティビティ・ベクトルをもつ部門のことである。しかし、ある部門に格付けられている実際の事業所１つ１つについてその中間財投入構成を示すベクトルを調べてみると、かなりのばらつきが見られるはずである。そこで、産業連関表で計算されたアクティビティ・ベクトルでは、日本全体あるいは地域全体の実績値に基づくある部門の全国あるいは地域の平均的な技術状態が示される、と考えるのがよい。

2.3　レオンチェフ逆行列

2.3.1　レオンチェフ逆行列とその意味

前節で説明した投入係数行列を$\mathbf{A}$、地域内生産額ベクトル$\left(\mathrm{x}_1 \quad , \quad \mathrm{x}_2 \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \mathrm{x}_\mathrm{n}\right)'$を$\mathbf{X}$、最終需要ベクトル$\left(\mathrm{f}_1 \quad , \quad \mathrm{f}_2 \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \mathrm{f}_\mathrm{n}\right)'$を$\mathbf{F}$の記号で表すと、産業連関表（図表4参照）の各横行における需給バランスは、

（3）　$\mathbf{AX} + \mathbf{F} = \mathbf{X}$

という式で書ける。両辺を整理して、$\mathbf{X}$について解くと次のようになる。

（4）　$\mathbf{F} = (\mathbf{I} - \mathbf{A}) \cdot \mathbf{X}$

（5）　$\mathbf{X} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{F}$

図表4　産業連関表

		中間需要						最終需要	生産額
		1	2	・	・	・	n		
	産業1	$\mathbf{x}_{11}$	$\mathbf{x}_{12}$	・	・	・	$\mathbf{x}_{1n}$	$\mathbf{F}_1$	$\mathbf{X}_1$
中	産業2	$\mathbf{x}_{21}$	$\mathbf{x}_{22}$	・	・	・	$\mathbf{x}_{2n}$	$\mathbf{F}_2$	$\mathbf{X}_2$
間	・	・	・	・			・	・	・
投	・	・	・		・		・	・	・
入	・	・	・			・	・	・	・
	産業n	$\mathbf{x}_{n1}$	$\mathbf{x}_{n2}$	・	・	・	$\mathbf{x}_{nn}$	$\mathbf{F}_n$	$\mathbf{X}_n$
粗付加価値額		$\mathbf{V}_1$	$\mathbf{V}_2$	・	・	・	$\mathbf{V}_n$		
生産額		$\mathbf{X}_1$	$\mathbf{X}_2$	・	・	・	$\mathbf{X}_n$		

I ： 単位行列

$$
(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1} = \begin{pmatrix} 1-a_{11} & -a_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & -a_{1n} \\ -a_{21} & 1-a_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & -a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & \cdot & \cdot \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \cdot & \cdot & \cdot & 1-a_{nn} \end{pmatrix}
$$

ここで（4）式の$(\mathbf{I}-\mathbf{A})$のことをレオンチェフ行列、（5）式の$(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}$ のことをレオンチェフ逆行列と呼ぶ。

（5）式は、任意の最終需要ベクトル（任意の消費や投資の水準）が与えられたとき、それをちょうど過不足無く満たすために経済全体の各部門ではどれだけの生産活動が必要とされるかを示している。この式の意味を別の角度から考えるために、レオンチェフ逆行列$(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}$を次のように級数展開してみよう。[3]

（6）　$(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}=\mathbf{I}+\mathbf{A}+\mathbf{A}^2+\mathbf{A}^3+\cdot\ \cdot\ \cdot$

（6）式を使って（5）式を書き直せば、

（7）　$\mathbf{X}=\mathbf{I}\cdot\mathbf{F}+\mathbf{A}\cdot\mathbf{F}+\mathbf{A}^2\cdot\mathbf{F}+\cdot\ \cdot\ \cdot$

となる。この式は次のような意味を持つと考えられる。まず、右辺第 1 項目は与えられた最終需要そのものを満たすための各部門における生産量を示す（直接効果）。次に第 2 項目の$\mathbf{A}\cdot\mathbf{F}$は、その最終需要を構成する各財を生産している産業部門で必要とされる中間財の大きさを示す（間接第 1 次効果）。さらに第 3 項目の$\mathbf{A}^2\cdot\mathbf{F}$では、第 2 項目で必要とされた諸財を生産している産業部門で必要とされる中間財の量を示し（間接第 2 次効果）、同様に第 4 項目は第 3 項目で必要な諸財の生産部門で・・・といった具合に、間接的な中間財波及効果が無限に計算されている。経済の産業部門間で中間財の相互取引が行われている場合、ある任意の最終需要ベクトルを満たすために経済全体の各部門が生産しなければならない財の量は、よく考えてみるとその最終需要ベクトルの構成要素だけにとどまらないのである。それに加えて最終需要される財生産に必要なすべての中間財の生産が満たされていなければならないのであるが、（7）式はその状況を逐次計算によって追いかけているといえる。

---

[3]（6）式の証明

$$\mathbf{S}=\mathbf{I}+\mathbf{A}+\mathbf{A}^2+\mathbf{A}^3+\cdot\ \cdot\ \cdot$$

$$-)\ \underline{\mathbf{AS}=\mathbf{A}+\mathbf{A}^2+\mathbf{A}^3+\cdot\ \cdot\ \cdot}$$

$$(\mathbf{I}-\mathbf{A})\mathbf{S}=\mathbf{I}-\mathbf{A}^{\mathbf{n}}$$

ここで$\lim_{\mathbf{n}\to\infty}\mathbf{A}^{\mathbf{n}}$が0に収束すれば、

$$(\mathbf{I}-\mathbf{A})\mathbf{S}=\mathbf{I}$$

$$\mathbf{S}=(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}$$

となるから(6）式が導かれる。$\lim_{\mathbf{n}\to\infty}\mathbf{A}^{\mathbf{n}}$の収束条件は

$$\sum_{i=1}^{n}a_{ij}<1 \qquad (j=1,2,\cdot\ \cdot\ \cdot,n)$$

が満たされることであり、これをソローの列和条件とよんでいる。投入係数の定義から一般にこの関係は満たされている。

このようにレオンチェフ逆行列を計算すると、任意の最終需要ベクトルが引き起こす直接・間接の生産波及効果を計算でき、その最終需要ベクトルを過不足なく満たすために経済の各部門に必要とされる生産活動の大きさを知ることができる。

実際に逆行列を計算しようとすると難しいことのように思えるが、現在のパソコンの計算能力は高く、また Excel などの汎用計算ソフトにも逆行列計算ツールが存在する。

図表 5 に図表 3 から計算した 3 部門分類の逆行列表を示した。まず、逆行列の各要素の値は対応する投入係数行列の要素値よりも大きく、また、逆行列の対角要素はすべて 1 より大きくなっている。ここでは、3 部門表を例に取りながら逆行列係数の意味についてあらためて考えておこう。

いま第 3 次産業部門だけに 1 単位の最終需要があり、その他の部門の最終需要は 0 という場合（最終需要ベクトルが $\mathbf{F}=(0,0,1)'$ と与えられる場合）を考えよう。レオンチェフ逆行列の各要素を b_{ij} の記号で表すと、（5）式は

$$(8)\quad \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{13} \\ b_{23} \\ b_{33} \end{pmatrix}$$

となり、レオンチェフ逆行列の第 3 列目の要素が解として導かれる。つまりレオンチェフ逆行列の第 3 列目の要素は、第 3 部門だけに 1 単位の最終需要があったとき直接・間接の波及効果によって各部門に引き起こされる生産波及の大きさを示しているということになる。

一般にレオンチェフ逆行列の第 j 列要素は、第 j 部門だけに 1 単位の最終需要があったとき各部門に誘発される生産の大きさを示す。たとえば第 j 部門を自動車部門だとすると、自動車 100 万円分を生産するときに、自動車本体 100 万円のほかに、いろいろな自動車部品、タイヤ、窓ガラス等はどれだけ生産しなければならないか、自動車部品の原材料としての電子部品や金属製品をどれだけ生産しなければならないか、さらにそれらの原材料としての非鉄や鉄鋼、半導体などをどれだけ生産しなければならないか・・・ということを全て計算した結果、経済全体に究極的にどれだけの生産活動が誘発されるかがわかるのである。実際にそのような計算をしてみると、1 単位の自動車生産活動から経済全体に引き起こされる生産の大きさはその 3 倍以上になる。

図表5　レオンチェフ逆行列

		中間需要			感応度係数
		第1次産業	第2次産業	第3次産業	
中間投入	第1次産業	1.132	0.045	0.009	0.618
	第2次産業	0.387	1.754	0.224	1.232
	第3次産業	0.334	0.490	1.382	1.150
影響力係数		0.965	1.193	0.842	

図表 5 の簡単な計算結果をみると、たとえば第 3 次産業にのみ 1 単位の最終需要があった場合には、第 1 次産業には 0.009 単位、第 2 次産業には 0.224 単位、第 3 次産業には 1.382 単位の生産が引き起こされ、経済全体ではそれらの合計（列和）の 1.615 単位の生産が引き起こされていることがわかる。ここで、レオンチェフ逆行列の自部門に対する生産誘発を示す対角要素 b_{ii} には

最終需要の1単位＋間接的な生産波及効果

が示されるので、その値は必ず1よりも大きな値となっている。

2.3.2　影響力係数と感応度係数

レオンチェフ逆行列を計算することの目的は、ある部門の生産活動が直接・間接に経済全体の生産活動にどのような影響を及ぼすかを詳しく知ることにある。しかしこの表が提供する情報の量は膨大であるので、それを上手に要約することが大切である。ここで説明する影響力係数と感応度係数は、それぞれレオンチェフ逆行列表の縦方向と横方向から読み取れる情報をまとめた指標である。

まずレオンチェフ逆行列をある部門について縦方向にみると、その部門が経済の諸産業部門にどれだけの生産を引き起こすかが示されているが、いま、自動車と重油という 2 つの部門について逆行列の縦ベクトルを比較してみよう。まず自動車には、さまざまな部品が使われておりそれら部品はさらにさまざまな原材料からつくられているから、自動車を 1 単位つくることで生産波及の及ぶ産業は非常に裾野が広くなると予想される。従ってレオンチェフ逆行列のうち、自動車部門の縦列にはいろいろな数字が並び、その列和が大きくなると予想される。

それに対し、重油生産のために必要な中間財は、原油と精製設備の稼働に必要なエネルギーが少しという程度であろう。従って、重油という商品に 1 単位の需要があっても、そのことで生産波及の及ぶ産業は比較的限られ、レオンチェフ逆行列の重油部門の縦列には

少数の数字しかはいらず、列和は小さくなると予想できる。

このようにそれをつくるのに多くの中間財を必要とするような、比較的加工度の高い財の生産ほど、経済全体にもたらす生産波及の影響度が大きくなり、レオンチェフ逆行列の列和が大きくなると考えられる。そこで財生産が経済にもたらす影響度を相互に比較するために考えられたのが、影響力係数と呼ばれる指標である。第 j 部門の影響力係数 β_j は、逆行列の列和平均に対する j 部門の列和の比として次のように定義される。

(9) $$\beta_j = \sum_{i=1}^{n} b_{ij} \Big/ \overline{B}$$

ただし、

$$\overline{B} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} b_{ij} \Big/ n$$

である。

次にレオンチェフ逆行列を横行方向に見てみよう。逆行列の第 j 部門を示す横行には、すべての部門に最終需要が 1 単位づつあった場合、第 j 部門に対してそれぞれからどれだけの生産誘発が引き起こされるかが示されている。この場合、たとえば重油のようにどの部門の生産にも必ず使われそうな財の横行上には、まんべんなく数値が並ぶだろう。それに対し、自動車のように中間財としてはあまり利用されないような財の横行には 0 が多くなるだろう。その他目的分野の限られている特殊な材料なども自動車と同様、横行上の 0 が多くなる。

従って、エネルギー財のようにどこでも使われる汎用性の高い中間財ほど、逆行列表の行和が大きな数値になり、逆に、特殊な部品のように汎用性の低い中間財や最終消費財の行和は小さいと予想される。

このような状況を表すために用いられる指標が、感応度係数[4]である。感応度係数は、逆行列の行和平均に対する第 i 部門の行和の比として定義されている。

すなわち、感応度係数を δ_j とすると、

(10) $$\delta_j = \sum_{j=1}^{n} b_{ij} \Big/ \overline{B}$$

である。ただし、行和平均は列和平均と同じ値である。

[4] つまり、いろいろな部門から生産誘発を受けやすい財ほど、経済変化に対する感応度が高いと考えるのである。

2.3.3　移輸入を考慮したレオンチェフ逆行列

ここまでは議論を簡単化するために、中間財の移輸入のことには特に言及せずに説明を進めてきたが、ここで改めて中間財の移輸入が生産波及に与える影響について考えてみよう。

移輸出入を考慮した場合の需給バランス式は、次のようになる（図表6参照）。

（11）　$$\mathbf{AX} + \mathbf{Y} + \mathbf{E} + \mathbf{U} - \mathbf{M} - \mathbf{N} = \mathbf{X}$$

図表6　地域内産業連関表

		中間需要 1　2・・・ n	地域内最終需要	輸出	移出	（控除）輸入	（控除）移入	地域内生産額
中間投入	産業　1	$\mathbf{x}_{11}$ $\mathbf{x}_{12}$ ・・・ $\mathbf{x}_{1n}$	$\mathbf{Y}_1$	$\mathbf{E}_1$	$\mathbf{U}_1$	$\mathbf{M}_1$	$\mathbf{N}_1$	$\mathbf{X}_1$
	産業　2	$\mathbf{x}_{21}$ $\mathbf{x}_{22}$ ・・・ $\mathbf{x}_{2n}$	$\mathbf{Y}_2$	$\mathbf{E}_2$	$\mathbf{U}_2$	$\mathbf{M}_2$	$\mathbf{N}_2$	$\mathbf{X}_2$
	・	・　・　・　・	・	・	・	・	・	・
	・	・　・　・　・	・	・	・	・	・	・
	・	・　・　・　・	・	・	・	・	・	・
	産業　n	$\mathbf{x}_{n1}$ $\mathbf{x}_{n2}$ ・・・ $\mathbf{x}_{nn}$	$\mathbf{Y}_n$	$\mathbf{E}_n$	$\mathbf{U}_n$	$\mathbf{M}_n$	$\mathbf{N}_n$	$\mathbf{X}_n$
粗付加価値額		$\mathbf{V}_1$ $\mathbf{V}_2$ ・・・ $\mathbf{V}_n$						
地域内生産額		$\mathbf{X}_1$ $\mathbf{X}_2$ ・・・ $\mathbf{X}_n$						

具体的には、

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ X_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ E_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ U_n \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ M_n \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ N_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ X_n \end{pmatrix}$$

であり、ここで

Y　　：地域内最終需要ベクトル

E　　：輸出ベクトル

U　　：移出ベクトル

M　　：輸入ベクトル

$\mathbf{N}$　　　：移入ベクトル

ただし　$\mathbf{F} = \mathbf{Y} + \mathbf{E} + \mathbf{U} - \mathbf{M} - \mathbf{N}$

日本の産業連関表では（11）式のうち、中間財取引を示す $\mathbf{AX}$ の部分にも域内最終需要を示す $\mathbf{Y}$ の部分にも、実は輸入財と移入財が含まれている。そしてそこに含まれる輸入財と移入財の金額が、最終需要の最後のベクトル $\mathbf{M}$ と $\mathbf{N}$ でそれぞれ一括して差し引かれ、その結果が域内生産額 $\mathbf{X}$ に等しくなっている。

詳しい説明をするまでもなく、このようなモデルから導かれたレオンチェフ逆行列 $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ をもちいると、直接・間接の生産波及効果が域内への波及としては過大に計算されてしまうことが予想されるだろう。レオンチェフ逆行列は

$$(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = \mathbf{I} + \mathbf{A} + \mathbf{A}^2 + \mathbf{A}^3 + \cdot\ \cdot\ \cdot$$

と級数展開できたが、直接効果を示す $\mathbf{I}$ の段階でも、間接第 1 次効果を示す中間財投入 $\mathbf{A}$ の段階でも、また間接第 2 次効果の $\mathbf{A}^2$ の段階でも・・・、それぞれ輸入財や移入財が利用されているはずである。もし域内への生産波及だけを取り上げるならば、各段階の輸入財や移入財への波及を考える必要はない。輸入及び移入の波及分を取り除いて、域内波及だけを計算するためによく用いられるのが $(\mathbf{I} - (\mathbf{I} - \hat{\mathbf{M}} - \hat{\mathbf{N}})\mathbf{A})^{-1}$ 型の逆行列係数である。

この逆行列式を導くために、（11）式をさらに次のように書き換えてみよう。

$$(12)\quad (\mathbf{A}^{\mathbf{d}} + \mathbf{A}^{\mathbf{m}} + \mathbf{A}^{\mathbf{n}})\mathbf{X} + (\mathbf{Y}^{\mathbf{d}} + \mathbf{Y}^{\mathbf{m}} + \mathbf{Y}^{\mathbf{n}} + \mathbf{E} + \mathbf{U} - \mathbf{M} - \mathbf{N}) = \mathbf{X}$$

$\mathbf{A}^{\mathbf{d}}$　　：域内産財の投入係数行列
$\mathbf{A}^{\mathbf{m}}$　　：輸入財の投入係数行列
$\mathbf{A}^{\mathbf{n}}$　　：移入財の投入係数行列
$\mathbf{Y}^{\mathbf{d}}$　　：域内産財の国内最終需要ベクトル
$\mathbf{Y}^{\mathbf{m}}$　　：輸入財の国内最終需要ベクトル
$\mathbf{Y}^{\mathbf{n}}$　　：移入財の国内最終需要ベクトル
$\mathbf{E}$　　：輸出ベクトル
$\mathbf{U}$　　：移出ベクトル
$\mathbf{M}$　　：輸入ベクトル
$\mathbf{N}$　　：移入ベクトル

ただし　$\mathbf{A} = \mathbf{A}^{\mathbf{d}} + \mathbf{A}^{\mathbf{m}} + \mathbf{A}^{\mathbf{n}}$

$\mathbf{F} = \mathbf{Y}^{\mathbf{d}} + \mathbf{Y}^{\mathbf{m}} + \mathbf{Y}^{\mathbf{n}} + \mathbf{E} + \mathbf{U} - \mathbf{M} - \mathbf{N}$

$\mathbf{M} = \mathbf{A}^{\mathbf{m}}\mathbf{X} + \mathbf{Y}^{\mathbf{m}}$

$\mathbf{N} = \mathbf{A}^{\mathbf{n}}\mathbf{X} + \mathbf{Y}^{\mathbf{n}}$

通常、産業連関表では輸出あるいは移出される財はすべて域内で生産された財であり再輸出や再移出はないと仮定されているので、輸出及び移出のベクトルに域内産と輸入、移入の区別はない。

域内だけへの生産波及効果を分析するためにまず、輸入係数m_iと移入係数n_iを次式のように定義する。

（13）　$$m_i = \frac{M_i}{\sum_j a_{ij} X_j + Y_j}$$

（14）　$$n_i = \frac{N_i}{\sum_j a_{ij} X_j + Y_j}$$

$\sum_j a_{ij} X_j$ ：i 財（域内産と輸入財、移入財）の中間需要合計額

$$= \sum_j (a_{ij}^d + a_{ij}^m + a_{ij}^n) X_j$$

Y_i ：i 財（域内産と輸入財、移入財）の域内最終需要合計額

$$= Y_i^d + Y_i^m + Y_i^n$$

M_i ：i 財の輸入額

N_i ：i 財の移入額

ここで、i 財は最終需要されようと中間需要されようと、またどの部門で使われようとその需要量の一定割合が輸入品であり、また一定割合が移入品であると仮定する。[5]すると輸入係数m_iと移入係数n_iを使って、域内産i財のj部門への投入係数a_{ij}^dは$(1-m_i+n_i)a_{ij}$と表され、域内産i財の域内最終需要額Y_i^dは$(1-m_i-n_i)Y_i$ と書けるだろう。

さて（12）式から輸入財と移入財を取り除いて、域内産財だけの需要構成を示す式を書くと、

（15）　$$\mathbf{A^d X} + \mathbf{Y^d} + \mathbf{E} + \mathbf{U} = \mathbf{X}$$

となる。（15）式を輸入係数m_iと移入係数n_iを用いて書き直せば次のようになる。

[5] もちろん、この仮定は現実とは違うだろう。しかしi財の輸入比率や移入比率を、i財が投入された部門別に示すような統計データは、通常存在しない。利用可能な集計データを用いて分析をする場合、このような仮定はやむを得ないであろう。

（16）　$(\mathbf{I}-\hat{\mathbf{M}}-\hat{\mathbf{N}})\mathbf{AX}+(\mathbf{I}-\hat{\mathbf{M}}-\hat{\mathbf{N}})\mathbf{Y}+\mathbf{E}+\mathbf{U}=\mathbf{X}$

$\hat{\mathbf{M}}$　　：輸入係数 m_i を要素とする対角行列

$\hat{\mathbf{N}}$　　：移入係数 n_i を要素とする対角行列

これを $\mathbf{X}$ について整理して解けば、

$$(\mathbf{I}-(\mathbf{I}-\hat{\mathbf{M}}-\hat{\mathbf{N}})\mathbf{A})\mathbf{X}=(\mathbf{I}-\hat{\mathbf{M}}-\hat{\mathbf{N}})\mathbf{Y}+\mathbf{E}+\mathbf{U}$$

（17）
$$\mathbf{X}=(\mathbf{I}-(\mathbf{I}-\hat{\mathbf{M}}-\hat{\mathbf{N}})\mathbf{A})^{-1}((\mathbf{I}-\hat{\mathbf{M}}-\hat{\mathbf{N}})\mathbf{Y}+\mathbf{E}+\mathbf{U})$$

となる。(17) 式の $(\mathbf{I}-(\mathbf{I}-\hat{\mathbf{M}}-\hat{\mathbf{N}})\mathbf{A})^{-1}$ は“移輸入を考慮したレオンチェフ逆行列” であり、これによってある財の生産 1 単位から直接・間接に引き起こされる、域内への生産波及効果を計算することができる。

これに対して前節までに説明してきた $(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}$ のことを“技術的レオンチェフ逆行列”と呼ぶ。技術的レオンチェフ逆行列では、ある財の生産 1 単位のために技術的にどうしても必要とされる諸財の必要量が、域内で生産されるか輸入されるか移入されるかを問わず計算されている。生産波及効果の分析をする時にどちらの型のレオンチェフ逆行列を用いるかは、分析目的による。たとえば、環境分析において生産活動によって誘発される汚染物質の排出量を計算しようとする時、どこで発生しようと汚染物質の発生総量をとらえたい場合には技術的レオンチェフ逆行列を用いるのが良いであろう。それに対して域内で発生する汚染物質の量だけに着目する場合には移輸入を考慮したレオンチェフ逆行列を用いる必要がある。

2.4　生産誘発効果の分析

レオンチェフ逆行列を応用すると、興味深い分析をいろいろ行うことができる。最も基本的な分析は、最終需要のいろいろな組み合わせが直接・間接の誘発効果まで考慮に入れると、経済全体の産業部門にどれだけの生産量を誘発するかを計算することである。たとえばいま、さいたま市全体の家計で 1 年間に消費された財の組み合わせ（バスケット）が $\mathbf{F^C}$ という列ベクトルで与えられたとしよう。この財バスケットがさいたま市内の生産活動部門に及ぼす影響は、移輸入を考慮したレオンチェフ逆行列と家計消費ベクトルのうち域内産財に関する部分とのかけ算として、次式のように計算される。

（18）　$\mathbf{X}^{\mathbf{F^C}}=(\mathbf{I}-(\mathbf{I}-\hat{\mathbf{M}}-\hat{\mathbf{N}})\mathbf{A})^{-1}((\mathbf{I}-\hat{\mathbf{M}}-\hat{\mathbf{N}})\mathbf{F^C})$

（18）式によれば、さいたま市の家計消費活動によってさいたま市のいろいろな産業部門に$\mathbf{X}^{\mathbf{F}^{\mathbf{C}}}$というベクトルの要素で示されるような生産活動が引き起こされるのであるが、ではこの生産活動に伴って誘発される雇用はどのくらいと考えられるであろうか。いま、任意の第j部門における生産活動 1 単位あたりの労働投入量を次のように定義する。

（19）　$l_j = \dfrac{L_j}{X_j}$

L_j ：第j部門の雇用者数
X_j ：第j部門の域内生産額

（19）式のl_jは労働係数と呼ばれ、第j部門における労働生産性が高まれば小さくなる値である。各部門の労働係数を要素とする労働係数（行）ベクトルを$\mathbf{L}'$とすれば、家計の消費活動によって誘発される雇用量は次式で計算されよう。

（20）　$\mathbf{L}^{\mathbf{F}^{\mathbf{C}}} = \mathbf{L}' \cdot (\mathbf{I} - (\mathbf{I} - \hat{\mathbf{M}} - \hat{\mathbf{N}})\mathbf{A})^{-1}((\mathbf{I} - \hat{\mathbf{M}} - \hat{\mathbf{N}})\mathbf{F}^{\mathbf{C}})$

$\mathbf{L}^{\mathbf{F}^{\mathbf{C}}}$： 家計消費ベクトル$\mathbf{F}^{\mathbf{C}}$による誘発雇用量

これらの計算は、たとえば公共投資を行うときの誘発効果分析についても応用できる。今この公共投資の資材ベクトルが$\mathbf{I}_{\mathbf{g}}$で示されたとしよう。その時、（18）式、（20）式の$\mathbf{F}^{\mathbf{C}}$を$\mathbf{I}_{\mathbf{g}}$に置き換えることによって、それぞれこの公共投資が経済全体にもたらす生産波及効果、誘発雇用量を計算できる。

2.5　価格モデル

第j部門における費用と売り上げの関係を示す収支バランスは次式のようである。ここでp, Pは価格を示す。

（21）　$p_1 x_{1j} + p_2 x_{2j} + \cdot\ \cdot\ \cdot + p_i x_{ij} + \cdot\ \cdot\ \cdot + p_n x_{nj} + V_j = P_j X_j$

（21）式を第j財1単位あたりの関係で示せば、

（22）　$p_1 a_{1j} + p_2 a_{2j} + \cdot\ \cdot\ \cdot + p_i a_{ij} + \cdot\ \cdot\ \cdot + p_n a_{nj} + v_j = P_j$

となる。前に産業連関分析では円（ドル）価値単位という考え方をとることによって価額表示の表を物量表示の表と同等のものと扱う、と述べたが、その考え方に従えば産業連

関表におけるすべての財価格は1とおかれることになる。すると（22）式は

（23）　$a_{1j}+a_{2j}+\cdot\ \cdot\ \cdot+a_{ij}+\cdot\ \cdot\ \cdot+a_{nj}+v_j=1$

という自明の関係を記述しているに過ぎないものになるため、通常の産業連関分析では生産誘発効果の分析だけが主体となっている。

だがここで少し考えてみよう。いま、j財の1円（ドル）価値単位の物量に“ドン” という単位を付けたとする。するとa_{ij}はj財 1 ドンあたりのi財投入量を示し、v_jはj財 1 ドンあたりの粗付加価値（労働や資本への支払額）を示すと考えられる。

ここで何らかの技術変化があったり賃金上昇があったりすればj財1ドンあたりのi財投入量a_{ij}や労働への支払額v_jが変化し、（23）式の収支バランスは変更されるだろう。このように考え、外生的に与えられる技術変化や要素支払いの変化が、各部門の収支バランスの下で財の価格体系にどのような影響を与えるかを分析することは十分意義のある課題である。産業連関分析の価格モデルはそのような役割をもつ分析手法と考えられる。

価格モデルについて考えるために（22）式をすべての部門について連立し、その方程式体系に関し行列記号を使ってまとめれば次のように簡単に示すことができる。

（24）　$\mathbf{A}'\mathbf{P}+\mathbf{v}=\mathbf{P}$

$\mathbf{A}'$　:投入係数行列の転置

$\mathbf{P}$　:価格指数ベクトル（基準年次の価格＝1）

$\mathbf{v}$　:粗付加価値係数ベクトル

（24）式を$\mathbf{P}$について整理して解けば、

$$\begin{aligned}\mathbf{P}&=(\mathbf{I}-\mathbf{A}')^{-1}\mathbf{v}\\&=((\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1})'\mathbf{v}\end{aligned}\qquad(25)$$

となる。$((\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1})'$はレオンチェフ逆行列の転置行列である。このように産業連関分析の価格モデルは、生産誘発効果の分析モデルを転置した形式によって示される。（25）式によって、与えられた投入係数の変化や粗付加価値係数ベクトルの変化が財の相対価格体系にどのような変化を引き起こすかを総合的に分析できる。ただしこのようにして解かれる価格ベクトル$\mathbf{P}$は、産業連関表の基準年次の価格水準を 1 としたときの価格デフレーターである。また$\mathbf{P}$は中間財投入関係で示される技術的制約から導かれる価格水準の変更を示している。つまり供給側の技術的コスト条件だけを反映しており、需要側の議論は考慮されていない点に注意する必要がある。

2.6　各種の誘発係数と依存度

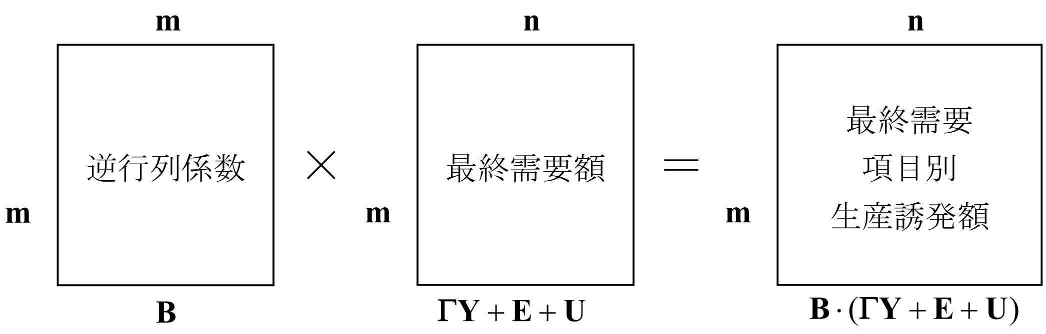
産業連関表による生産誘発効果の分析や価格分析などに必要な投入係数やレオンチェフ逆行列等は、産業連関表とともに計算されて公表されている。産業連関表作成者の元で既に用意されている係数には、その他に各種の生産誘発係数と生産誘発依存度などがあり、最終需要と生産の関係、最終需要と粗付加価値の関係、最終需要と移輸入との関係などの地域経済の現状を把握するのに役立つであろう。ここでは各種の誘発係数と依存度の表のイメージを具体的に持つとともに、その意味を理解するために、図式的に説明しよう。

2.6.1　最終需要項目別生産誘発額

各産業は、中間需要及び最終需要を満たすための生産を行うが、究極的には、最終需要によってその生産水準が決定される。従って、各産業部門の生産がどの最終需要によって支えられているかをみれば、最終需要の変動に対する生産水準への影響を分析できる。

生産誘発額は以上のような考え方にたち、最終需要のうちどの項目が各産業の生産額をどれだけ誘発したかをみるもので、逆行列係数に最終需要額（行列）を乗じて求める。

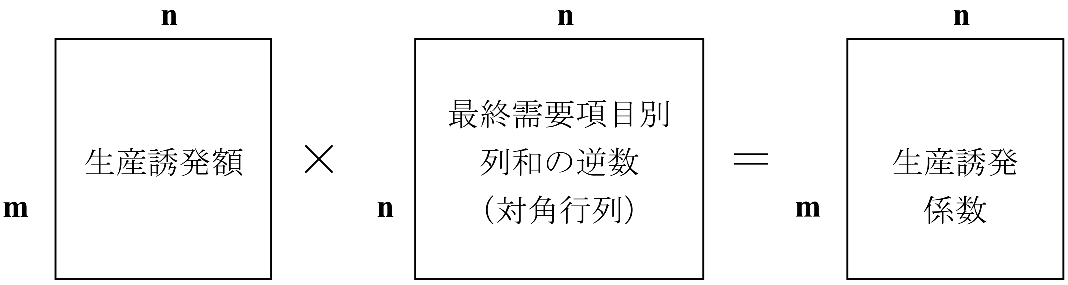
逆行列係数（$\mathbf{B}$）は$(\mathbf{I}-(\mathbf{I}-\hat{\mathbf{M}}-\hat{\mathbf{N}})\mathbf{A})^{-1}$　型、ここで$\boldsymbol{\Gamma}=(\mathbf{I}-\hat{\mathbf{M}}-\hat{\mathbf{N}})$とすると、すなわち$(\mathbf{I}-\boldsymbol{\Gamma}\mathbf{A})^{-1}$であり、域内製品でまかなわれる域内最終需要を$\boldsymbol{\Gamma}\mathbf{Y}$、輸出を$\mathbf{E}$、移出を$\mathbf{U}$として図式化すれば、次のようになる（ただし、$\mathbf{m}$は内生部門数、$\mathbf{n}$は最終需要の項目数）。



2.6.2　最終需要項目別生産誘発係数

次に生産誘発係数は、最終需要項目別生産誘発額をそれぞれ対応する最終需要項目の合計額（産業連関表の列和）で除して求めた比率であり、最終需要項目の合計が 1 単位だけ増加した場合の、各産業部門の生産額の増加割合を示したものである。

これを図式化すれば以下のようになる。

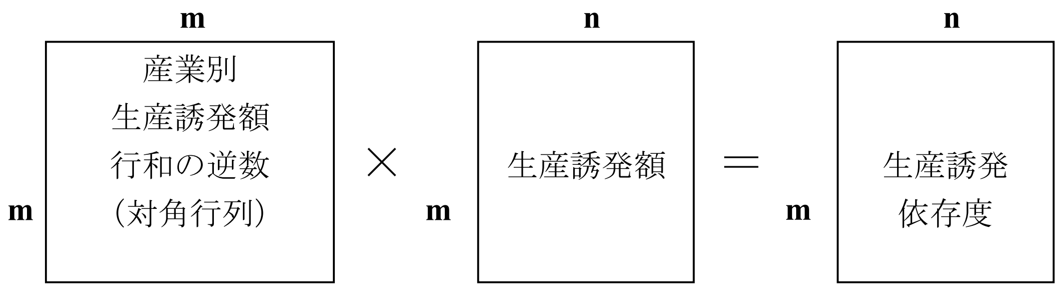


列和の逆数＝1/列和

2.6.3　最終需要項目別生産誘発依存度

生産の最終需要項目別依存度は、各産業の最終需要項目別生産誘発額を行ごとにその合計額で除して構成比を求めたものであり、各産業の生産額が、どの最終需要の項目によってどれだけ誘発されたのか、というウエイトを示したものである。すなわち、各産業がどの最終需要にどれだけ依存しているかを示している。

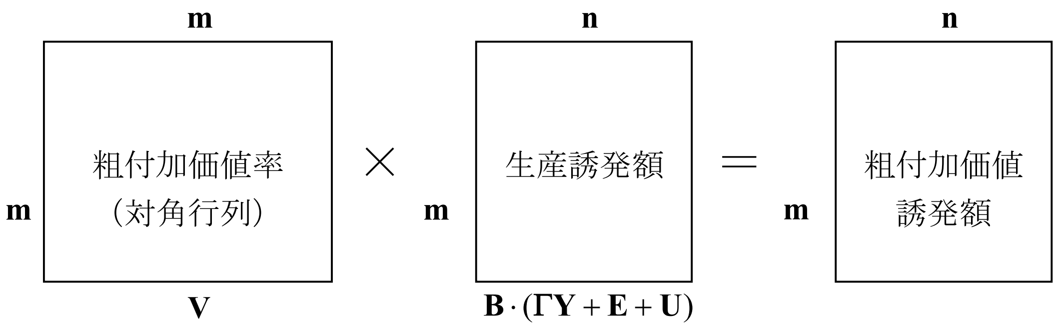
これを図式化すると以下のようになる。



2.6.4　最終需要項目別粗付加価値誘発額

粗付加価値は生産活動に伴って産出されるが、産業連関表では、生産は最終需要によって誘発されることを前提としているため、粗付加価値もまた、究極的には、最終需要によって誘発されることとなる。粗付加価値誘発額は、この考え方に立って最終需要のうちどの部門が各産業の粗付加価値額をどれだけ誘発したかをみるものであり、各産業の最終需要項目別生産誘発額に、それぞれの産業の粗付加価値率（粗付加価値額/生産額）を乗ずることによって求められる。

これを図式化すれば、以下のようになる。



2.6.5　最終需要項目別粗付加価値誘発係数と依存度

粗付加価値誘発係数は、最終需要項目別粗付加価値誘発額をそれぞれ対応する最終需要部門の合計額（産業連関表の列和）で除して求めた比率であり、最終需要項目の合計が 1 単位だけ増加した場合、各産業部門の粗付加価値額の増加割合を示すものである。

粗付加価値誘発依存度は、生産誘発の場合と同様に粗付加価値誘発額から計算される。

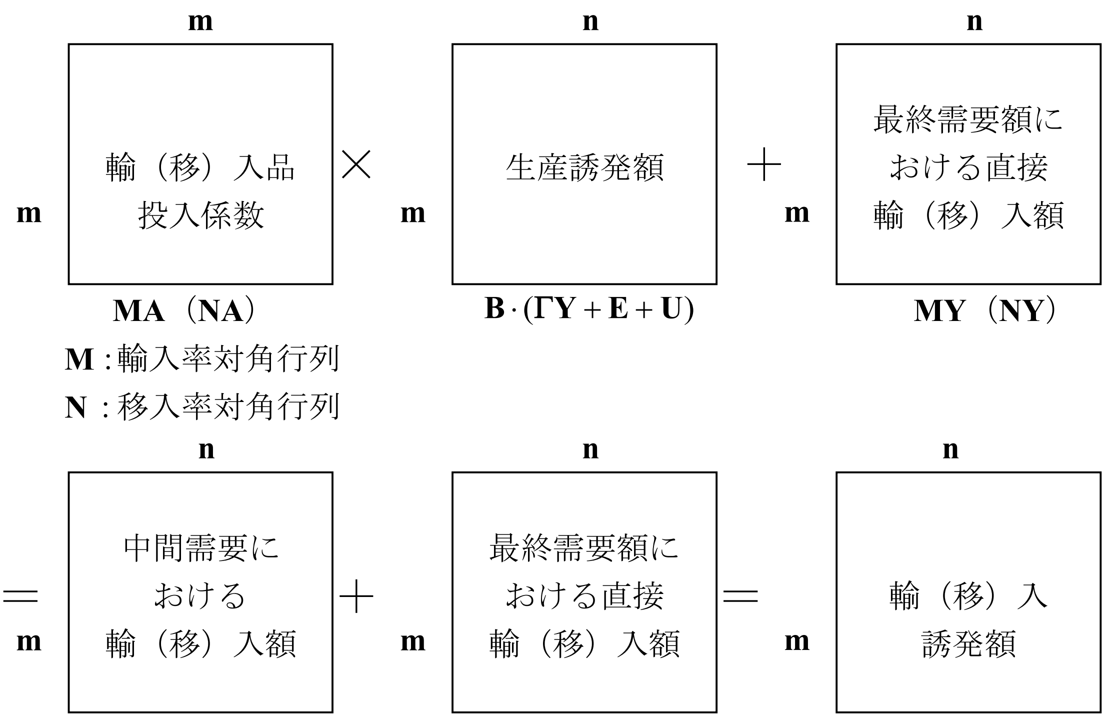
2.6.6　最終需要項目別輸（移）入誘発額

各産業部門は需要を賄うために生産を行うが、すべて需要が自地域の生産品に依存しているわけでなく、その一部は「輸入品」（や「移入品」）に頼っている。

輸（移）入された財・サービスは、生産のための原材料として消費されるか、直接最終需要に当てられるかのいずれかであるが、生産活動は最終的には最終需要を満たすために行われるから、輸入や移入も結局、最終需要が誘発したものと考えることができる。

輸（移）入誘発額は、最終需要の生産誘発額に輸（移）入品投入係数を乗じたうえ、これに対応する直接輸（移）入額を加えて求める。

これを図式化すれば、次のようになる。



2.6.7　最終需要項目別輸（移）入誘発係数と依存度

輸（移）入誘発係数は、最終需要項目別輸（移）入誘発額をそれぞれ対応する最終需要部門の合計額（産業連関表の列和）で除して求めた比率であり、最終需要項目の合計が 1 単位だけ増加した場合、各産業部門の輸（移）入額の増加割合を示すものである。

輸（移）入誘発依存度は、生産誘発の場合と同様に輸（移）入誘発額から計算される。

参考文献

［1］新飯田宏『産業連関分析入門』東洋経済新報社、1978年

［2］宮沢健一編『産業連関分析入門』日本経済新聞社、1974年

［3］森嶋通夫『産業連関分析入門』創文社、1956年

［4］W.W.Leontief “The Structure of American Economy,1919–1939; AnEmpirical Application of Equilibrium Analysis”, 1941.（山田勇・家本秀太郎訳『アメリカ経済の構造』東洋経済新報社、1959年）

［5］W.W.Leontief“Input–Output Economics”, 1966（新飯田宏訳『産業連関分析』岩波書店、1969年）

［6］R.Dorfman, P.A.Samuelson and R.M.Solow“Linear Programming and Economic Analysis”，1958（安井琢磨・福岡正夫・渡部経彦・小山昭雄訳『線形計画と経済分析』岩波書店、1959年）

［7］D.Hawkins and H.A.Simon“Some Conditionsof Macroeconomic Stability” Econometrica,Vol.17, July–October, 1949.

［8］R.M.Solow“On the Structure of Linear Models” Econometrica, Vol.20, January, 1952.